

## MAI 2 - domácí úkol 9

Vypočítejte integrály (aspoň tři ze zadaných):

a) dvojný integrál - substituce (polární souřadnice)

1.  $\iint_K (x^2 + y^2) dx dy$  ,  $K = \{[x, y]; (x - R)^2 + y^2 \leq R^2\}$  - co by tento integrál mohl „počítat“ ?

2.  $\iint_D y dx dy$  ,  $D = \{[x, y]; x^2 + y^2 \leq R^2, y \geq 0\}$ .

3.  $\iint_D \sin(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$  ,  $D = \{[x, y]; \pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2\}$ .

b) integrál trojný – užití válcových souřadnic:

1.  $\iiint_D z^2 dx dy dz$  ,

kde oblast  $D$  je ohraničená a) rovinou  $z = 0$  a plochou  $z = 9 - x^2 - y^2$  ;

b) plochou  $z = x^2 + y^2$  a rovinou  $z = 4$ .

2.  $\iiint_D y dx dy dz$  , kde  $D = \{[x, y, z]; 0 \leq x, 0 \leq y, \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2\}$  ;

A aplikace:

1. Vypočítejte objem tělesa, ohraničeného rovinou  $z = 0$  a plochami  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $z = x^2 + y^2 + 1$ .

2. Vypočítejte objem tělesa, které je ohraničené plochou  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ , válcovou plochou  $x^2 + y^2 = 1$  a obsahuje počátek soustavy souřadné.

(Návod : při výpočtu použijte válcové souřadnice.)